

Příprava na nebevzetí – zadání

JAKUB MICHÁLEK

květen 2006

V Pentagonu mají napilno. Georgi Bushovi se zdál sen, že s ním potřebuje Bůh rychle mluvit. Šéf Pentagonu se rozhodl se presidentovi zavděčit a z kolujících povídaček zjistil následující informace o stroji, který má setkání zprostředkovat:

Magické těleso má rotační osu souměrnosti o . Skládá se ze dvou ploch, prostor mezi nimi je vyplněn ocelí. Představme si válcovou plochu ρ symetrickou podle o . Pak zvolme bod $F, F \in o$. Pro každý bod vnějšího pláště $P: |P, F| = |P, \rho|$. Je-li výška tělesa (rovnoběžná s o) a , tak vnější šířka tělesa je $2a$ a vnitřní šířka tělesa je a (vnitřní plocha se nazývá stejně jako vnější). V místě průniku tělesa s o je tloušťka tělesa nulová.

Pomozte šéfovi vyřešit následující problémy z praxe.

1. Standardní otázky

- Jaký tvar má křivka v řezu? Jaký má těleso průřez? K čemu je tato znalost užitečná?
- Jaký objem těleso zabírá v prostoru a jakou má hmotnost, je-li hustota oceli ρ ?
- Vypočti moment setrvačnosti tělesa vůči o !

2. Bonusové otázky

- Jak dlouhou stuhu bude potřebovat šéf Pentagonu, aby dárek zabalil (rovník + 2 poledníky).
- Kolik bude potřebovat balicího papíru (jedna vrstva)?
- Kolik směsi uranu obohaceného na n % bude potřeba, aby jaderná elektrárna (teplota vody venku T , teplota v primárním okruhu T_1) vyrobila elektrickou energii potřebnou k urychlení magického tělesa na úhlovou rychlost ω ?

V řešení se vám mohou hodit následující vztahy.

$S = \int_{x_1}^{x_2} f(x) - g(x)dx$, objem tělesa vytvořeného rotující funkcí $V = \pi \int_{x_1}^{x_2} f^2(x)dx$, $J = \lim_{m \rightarrow 0} m r^2 \Rightarrow J = \int r^2 dm$, délka křivky $l = \int \sqrt{1 + y'^2} dx$, $\int \sqrt{1 + kx^2} dx = \frac{x\sqrt{kx^2+1}}{2} + \frac{\operatorname{argsinh}(x\sqrt{k})}{2\sqrt{k}}$, $\operatorname{argsinh} x = \ln(\sqrt{x^2+1} + x)$, účinnost, při které má stroj nejvyšší výkon $\eta = 1 - \sqrt{\frac{T}{T_1}}$, rotační energie $E = \frac{1}{2} J \omega^2$.