

Vztahy z teorie elektromagnetismu

Podle textů Knižničky fyzikální olympiády zpracoval a v MiKTeXu vysázel Jakub Michálek.

Elektrostatika

Coulombův zákon

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \mathbf{r}^0$$

Intenzita elektrického pole

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$$

Princip superpozice

$$\mathbf{E} = \sum_{k=1}^n \mathbf{E}_k$$

Tok intenzity

$$\Phi_e = \mathbf{E} \cdot \mathbf{S} = ES \cos \alpha$$

$$\Phi_e = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

Gaussův zákon

$$\Phi_e = \frac{Q}{\epsilon_0} = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

Práce v poli

$$A = q \int_{r_1}^{r_2} E(r) dr$$

Konzervativní pole

$$A = \oint_C \mathbf{F} d\mathbf{l} = q \oint_C \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0$$

Potenciální energie

$$W_e = q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Normovací potenciál

$$\varphi = \int_0^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$\mathbf{E} = -\frac{d\varphi}{dr} \mathbf{r}^0$$

Elektrické napětí

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

Intenzita v nespojitém bodě

$$\mathbf{E}(r_0) = \frac{\lim_{r \rightarrow r_0^+} \mathbf{E}(r) + \lim_{r \rightarrow r_0^-} \mathbf{E}(r)}{2}$$

Vlastní elektrostatická energie soustavy

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i \varphi_i, \varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{Q_j}{r_{ij}}$$

Polarizní elektrické pole

(χ_p je dielektrická susceptibilita)

$$\mathbf{E}_p = -\chi_p \mathbf{E}$$

Relativní permitivita

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1 + \chi_p > 1$$

Elektrická indukce

(lineární závislost permitivity)

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

Elektrický indukční tok

$$\Psi = \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\Psi = \epsilon \Phi_e$$

Gaussův zákon v dielektriku

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q = \int_V \rho dV$$

Hustota energie elektrického pole v dielektriku

$$w_e = \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}$$

Vlastní kapacita vodiče (koule)

$$C_V = \frac{Q}{\varphi} = 4\pi\epsilon_0 R$$

Kapacita deskového kondenzátoru

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d}$$

Kapacita válcového kondenzátoru

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0 \epsilon_r l}{\ln \frac{r_1}{r_2}}$$

Energie kondenzátoru

$$W_e = \frac{1}{C} \int_0^Q Q dQ = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2$$

Sériové řazení kondenzátorů

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

Paralelní řazení kondenzátorů

$$C = \sum_{i=1}^n C_i$$

Elektrodynamika

Definice proudu

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

$$I = \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}$$

Ohmův zákon v lokálním tvaru
(měrná elektrická vodivost $\gamma = \frac{e^2 n_0 \tau}{2m_e}$)

$$\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$$

Ohmův zákon

$$U = \frac{l}{\gamma S_0} I = RI$$

Elektromotorické napětí

$$U_e = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Intenzita magnetického pole

(Φ je magnetické množství, pravidlo pravé ruky)

$$\mathbf{H} = \frac{d\mathbf{F}}{d\Phi}$$

$$d\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi r^2} (d\mathbf{l} \times \mathbf{r}^0)$$

Magnetická indukce (vakuum)

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

Permeabilita vakua

$$\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$$

Magnetický indukční tok

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

Magnetické pole kružnice

(platí princip superpozice)

$$H = \int_0^{2\pi R} \frac{I \sin \beta}{4\pi r^2} dl = \frac{IR^2}{2(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Magnetické pole úsečky

$$H = \frac{I}{4\pi r} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)$$

Magnetické pole přímky

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

Magnetomotorické napětí

$$U_m = \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$$

Zákon celkového proudu (Oerstedův zákon)

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_{k=1}^n I_k$$

Magnetické pole toroidu

$$H = \frac{zI}{2\pi(R+x)}$$

Magnetické pole solenoidu

$$H = \frac{Iz}{2l} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin \beta d\beta = \frac{zI}{2l} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2)$$

Magnetické pole nekonečného solenoidu

$$H = \frac{zI}{l}$$

Ampérův zákon

$$d\mathbf{F} = Id\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

Síla mezi dvěma vodiči

$$F = \mu_0 \frac{I_1 I_2 l}{2\pi r}$$

Magnetický moment smyčky

$$\mathbf{m} = I\mathbf{S}$$

Moment síly

$$\mathbf{M} = I(\mathbf{S} \times \mathbf{B}) = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

Potenciální energie smyčky

$$E_p = \int_0^\alpha M d\alpha = ISB(1 - \cos \alpha)$$

Lorentzova síla

(působí na náboj q v poli o el. intenzitě \mathbf{E} a mg. indukci \mathbf{B})

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Magnetická indukce

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c^2} (\mathbf{v} \times \mathbf{E})$$

Elektromagnetická indukce

Faradayův zákon elmg. indukce
(indukované elektromotorické napětí)

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{S}) \\ = -\left(\frac{d\mathbf{B}}{dt} \cdot \mathbf{S} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \frac{dS}{dt}\right)$$

Elektromotorické napětí

$$U_i = \frac{d\Phi}{dt}$$

Statický definiční vztah pro indukčnost
(L vlastní indukčnost vodiče)

$$\Phi = LI$$

Vlastní indukčnost

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI) = -L\frac{dI}{dt}$$

Vlastní indukčnost solenoidu

$$B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{N}{l} I, \Phi = N \Phi_1 = \mu_0 \pi r^2 \frac{N^2}{l} I$$

$$L = \mu_0 \left(\frac{N}{l}\right)^2 V$$

Vzájemná indukčnost

$$M = \sqrt{L_1 L_2}$$

Energie magnetického pole

$$E_{\text{mg}} = L \int_0^I I dI = \frac{1}{2} LI^2$$

Hustota energie

$$w_{\text{mg}} = \frac{E_{\text{mg}}}{V} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}$$

Rychlost elektromagnetických vln

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

Sériový RLC obvod

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \omega U_m \cos \omega t$$

Resonanční frekvence

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Elektrické obvody

Okamžité napětí

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Kondenzátor

$$i = C \frac{du}{dt}, \mathbf{Z} = \frac{1}{j\omega C}$$

Cívka

$$u = L \frac{di}{dt}, \mathbf{Z} = j\omega L$$

Impedance

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{I}}$$

Sériové zapojení

$$\mathbf{U} = \sum_{i=1}^n \mathbf{U}_i, \mathbf{Z} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{I}}, \mathbf{U} : \mathbf{U}_1 : \dots : \mathbf{U}_n = \mathbf{Z} : \mathbf{Z}_1 : \dots : \mathbf{Z}_n$$

Paralelní zapojení

$$\mathbf{I} = \sum_{i=1}^n \mathbf{I}_i, \mathbf{Z} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{I}}, \mathbf{I} : \mathbf{I}_1 : \dots : \mathbf{I}_n = \frac{1}{\mathbf{Z}} : \frac{1}{\mathbf{Z}_1} : \dots : \frac{1}{\mathbf{Z}_n}$$

První Kirchhoffův zákon (pro uzel)

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

Druhý Kirchhoffův zákon (pro smyčku)

$$\sum_{i=1}^n V_i = 0$$